Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

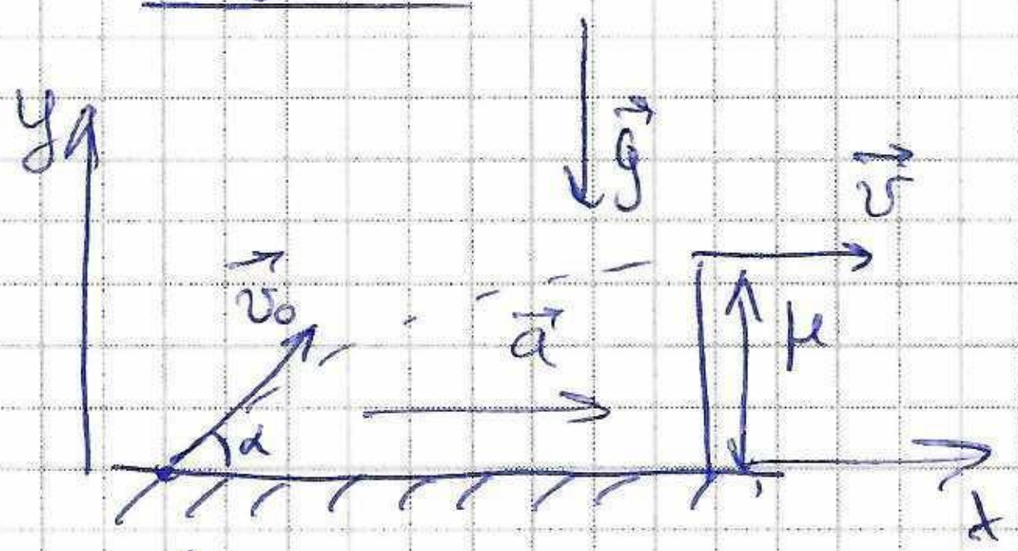
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 9

Задача 1



Введем координатную плоскость yx
x - вдоль поверхности земли y ⊥ x

вдоль y $\vec{a}$ вклада не даёт, ветер создает только горизонтальное ускорение

$\downarrow y$

$v_0 \sin\alpha - gt = 0$, т.к. при перелете через забор $\vec{v} \parallel x$

$v_0 \sin\alpha = gt$

Перемещение за это время:

$v_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2} = H$

$\frac{gt^2}{2} = H \quad x = \frac{16}{5} м = 3{,}2 м$

По оси x:

$\frac{v^2 - v_0^2 \cos^2\alpha}{2a} = L$

Можно использовать оборот листа для записи решений

$$v = v_0 \cos\alpha + at$$

$$v_0 \cos\alpha \cdot t + \frac{at^2}{2} = L$$

$$t = \frac{v_0(1-\cos\alpha)}{a}$$

$$\frac{v_0^2(1-\cos\alpha)\cos\alpha}{a} + \frac{v_0^2(1-\cos\alpha)^2}{2a} = L$$

$$\frac{2v_0^2\cos\alpha - 2v_0^2\cos^2\alpha + v_0^2 - 2v_0^2\cos\alpha + v_0^2\cos^2\alpha}{2a} = L$$

$$\frac{v_0^2(1-\cos^2\alpha)}{2a} = L$$

$$\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2a} = L$$

При движении по у:

$$\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = H$$

$$aL = gH$$

$$a = \frac{gH}{L} = \frac{g^2 t^2}{2L} = 5\ \frac{м}{с^2}$$

по x: $v_0 = v_0\cos\alpha + at$

$$v_0\cos\alpha \cdot t + \frac{at^2}{2} = L$$

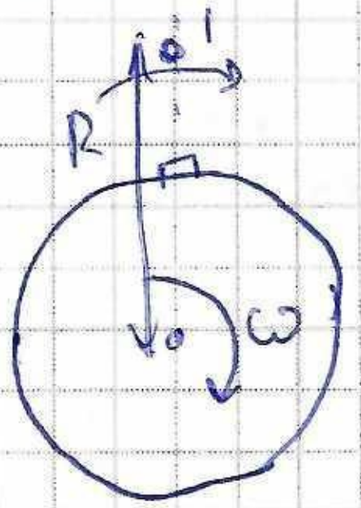
$$v_0 t - \frac{at^2}{2} = L$$

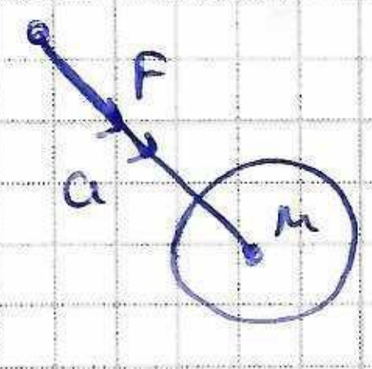
$$v_0 \cdot \frac{L}{t} + \frac{g}{2} = 2\frac{L}{t} + 2\frac{g^2 t^2}{4L} =$$

$$v_0 = \frac{L}{t} + \frac{at}{2} = \frac{L}{t} + \frac{g^2 t^3}{4L} = 10\ \frac{м}{с}$$

olymp.bmstu.ru

Задача 2





1 спутник двигается по геостационарной орбите

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$$

T_1 - 1 сутки

$T_1 = 24$ часа

$$F = ma$$

$$F = \frac{GMm}{R^2} = ma$$

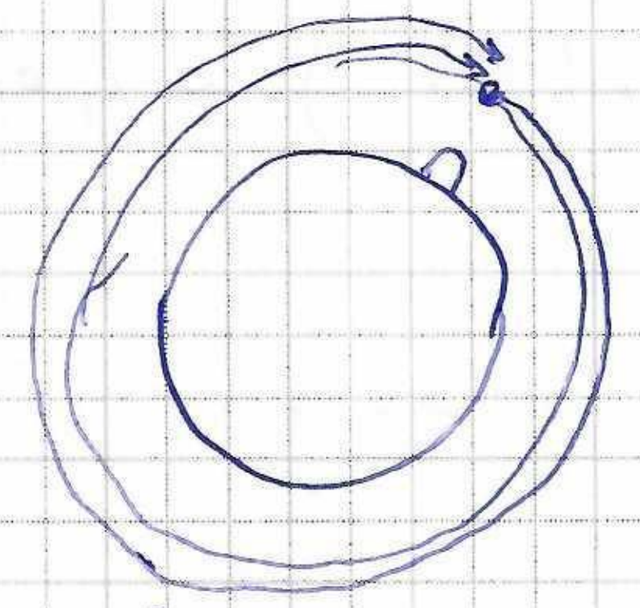
M - масса планеты

$$\frac{GM}{R^2} = \omega^2 R$$

$$\frac{GM}{4\pi^2} = \frac{R^3}{T^2} = const$$

$$\frac{R^3}{T_1^2} = \frac{r^3}{T_2^2}$$

$$R = r\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

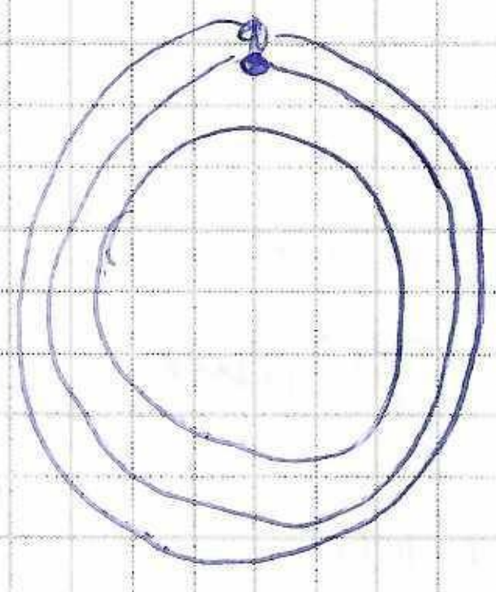


Т.к. второй спутник бывает над базовой станцией дважды в сутки в одно и то же время, то он обгоняет планету на 2 оборота => возвращающейся (с

Можно использовать оборот листа для записи решений

с $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$ 2-й спутник проходит двождн

облетает планету



$\Rightarrow \omega_{2\text{отн}} = \frac{4\pi}{T_1}$

$\Downarrow$

в ИСО $\omega_{2\text{абс}} = \omega_{2\text{отн}} + \omega_1 = \frac{6\pi}{T_1} = 3\omega_1$

$\Downarrow$

T_2 период одного обращения

$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{T_1}{3}$

$R = r\, 3^{\frac{2}{3}}$

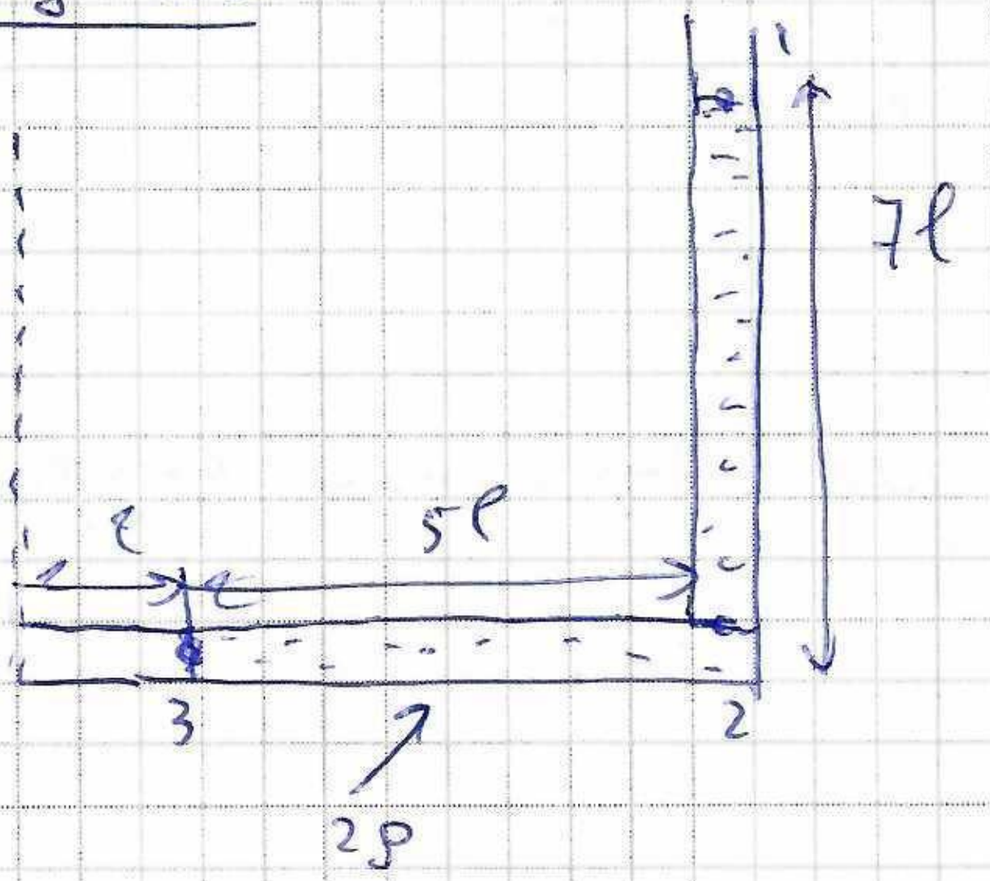
$\Downarrow$

l - минимальное расстояние между спутниками

$l = R - r = r\left(3^{\frac{2}{3}} - 1\right) \approx 1{,}08\, r$

(см. лист 3)

Задача 5



Определим давления в точках 1, 2, 3

$p_1 = 0$, т.к. снаружи вакуум

$p_2 = \rho g \cdot 7\ell$

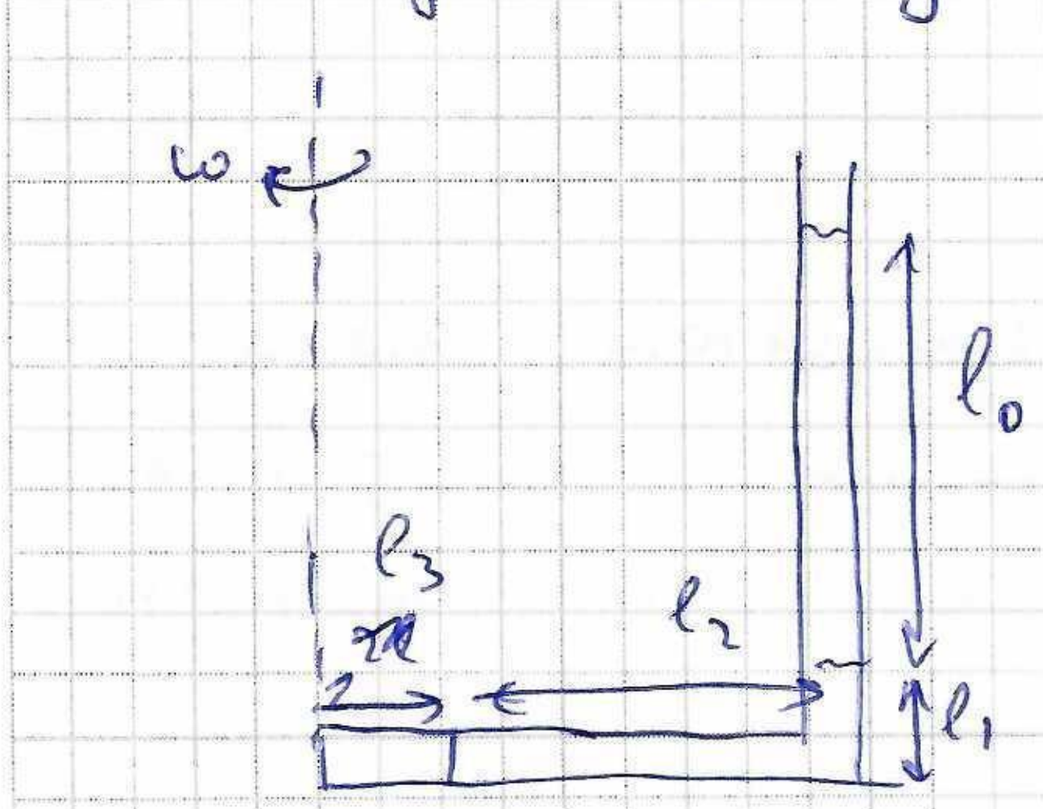
$p_3 = p_2$, т.к. вначале система в равновесии

МК для столбика воздуха ℓ:

$p_3 S\ell = \nu RT$

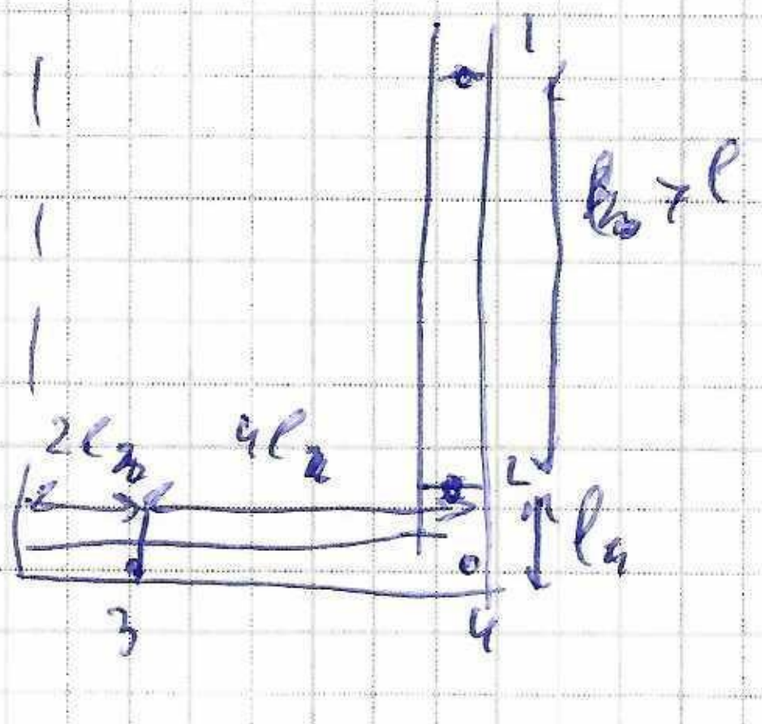
$p_3 = \frac{\nu RT}{S\ell} = 7\rho g\ell$

Когда систему начали вращать



Все границы раздела смещались на ℓ при вращении с ω, т.к. все жидкости смещались на ℓ

Значит



$\ell_0 = 7\ell$

$\ell_3 = \ell_1 + \ell = 2\ell$

$\ell_2 = 6\ell - \ell_3 = 4\ell$

$\ell_1 = \ell$

Стенки сосуда МК для столбика воздуха при вращении:

$p_3' = \frac{\nu RT}{2SC} = \frac{p_3}{2} = \frac{7\rho g\ell}{2}$

в вертикальной части сосуда:

$p_1' = 0$, т.к. имеется вакуум

$p_2' = 7\rho g\ell$

$p_4' = p_2' + 2\rho g\ell = 9\rho g\ell$

Рассмотрим какие силы действуют на горизонтальную часть трубки 3-4

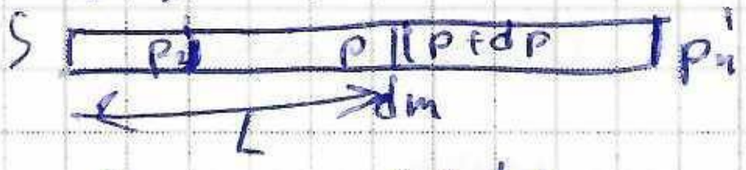


$p_4' = 9\rho g\ell$

$p_3' = \frac{7}{2}\rho g\ell$

$p_4' \neq p_3'$ т.к. систему вращают, тогда посмотрим какие ~~силы~~ силы действуют на маленький кусочек жидкости dm;

olymp.bmstu.ru



$dm = 2\rho \ell S d\ell$

$p \;||\; p+dp \quad dF = dp\,S$

$dF = dma$

$dp\,S = 2\rho d\ell S \cdot \omega^2 \ell L$

$dp = 2\rho \omega^2 \ell d\ell$

$$\int_{p_3'}^{p_4'} dp = 2\rho\omega^2 \int_{2\ell}^{6\ell} \ell d\ell$$

$$p_4' - p_3' = 2\rho\omega^2 \frac{36\ell^2 - 4\ell^2}{2}$$

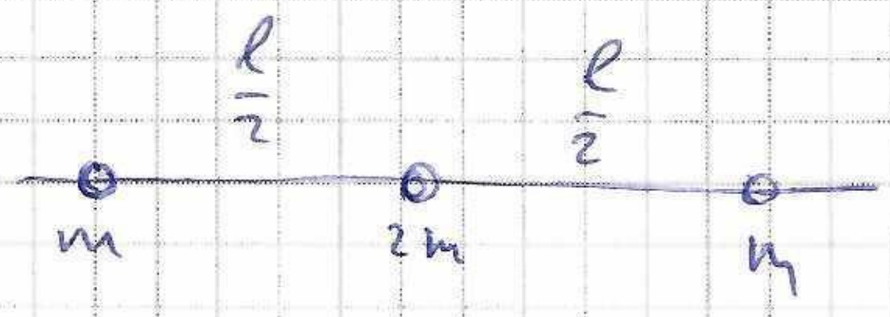
$$9\rho g\ell - \frac{7}{2}\rho g\ell = 32\rho\omega^2\ell^2$$

$$\frac{11}{2}\rho g\ell = 32\rho\omega^2\ell^2$$

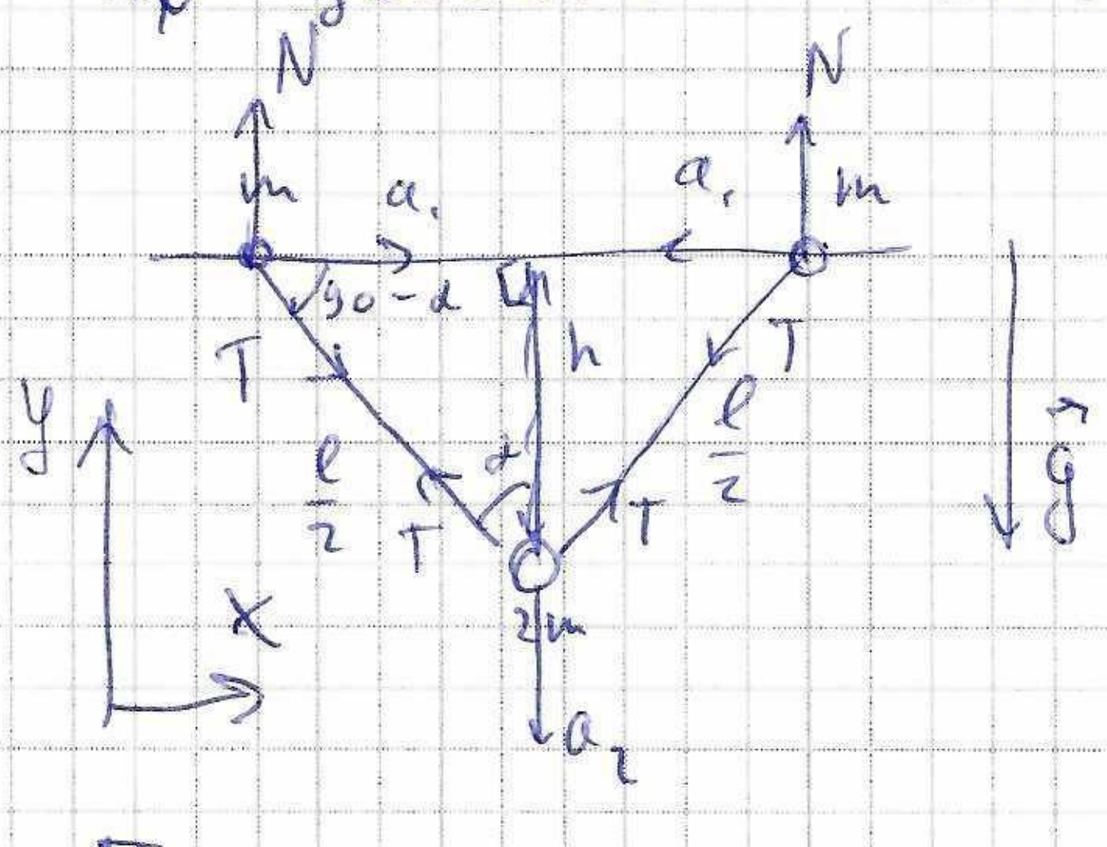
$$\omega^2 = \frac{11}{64} \cdot \frac{g}{\ell}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{11g}{64\ell}} = \frac{1}{8}\sqrt{\frac{11g}{\ell}}$$

Задача 6



Т.к. нить не провисает и движение происходит без рывков. Рассмотрим произвольный момент:



т.к система симметрична => расстояния между бусинкой 2m и обоими бусинками m всегда сохраняется и равно $\frac{\ell}{2}$

т.к. это одна нить => во всех ее участках одинакового натяжения

На каждую из бусинок m действуют силы $\vec{N}$, $\vec{T}$ и они движутся с ускорением $\vec{a}_1$, равное 2 ЗН на горизонтальную ОСБ x; для бусинок m:

$$ma_1 = T\sin\alpha$$

На ось вертикальную ОСБ y для бусинки 2m т 2 ЗН:

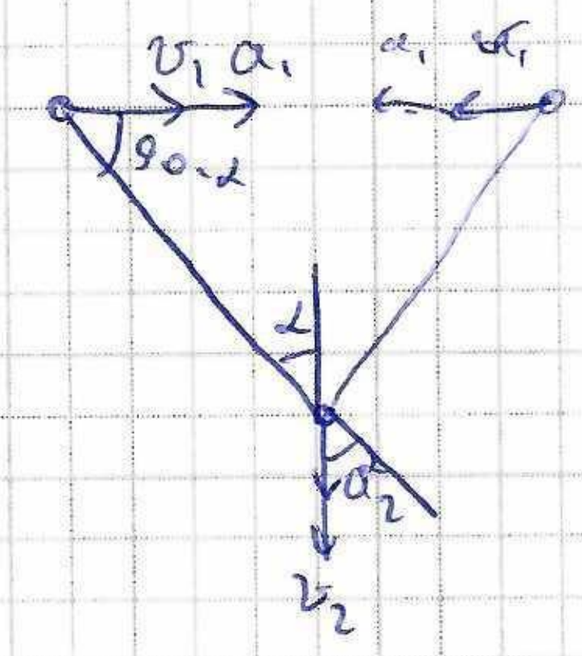
$$2ma_2 = 2mg - 2T\cos\alpha$$

$$ma_{a2} = mg - T\cos\alpha$$

olymp.bmstu.ru

Вариант задания 2

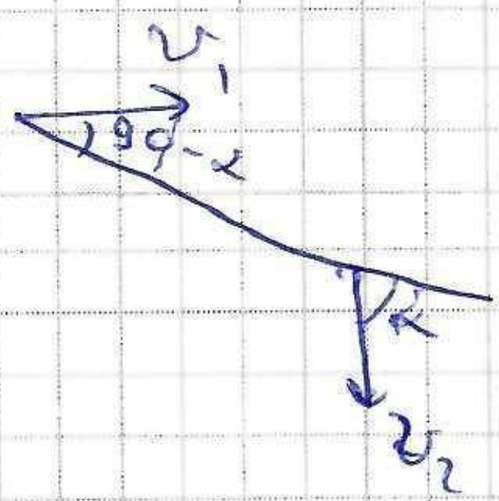
Из-за того, что нить нерастяжима, система симметрична и двигается без рывков:



Ур-е 2-го т. Момент двигается только вдоль оси $\parallel \vec{g}$

Из-за нерастяжимости нити и из симметрии

$$v_1 \cos(90-\alpha) = v_2 \cos\alpha$$

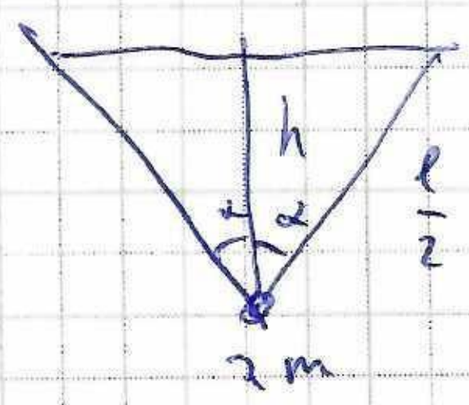


$$v_1 \sin\alpha = v_2 \cos\alpha$$

$$\frac{d}{dt}(v_1 \sin\alpha) = \frac{d}{dt}(v_2 \cos\alpha)$$

$$a_1 \sin\alpha = a_2 \cos\alpha$$

$ma_1 \sin\alpha$ В нек момент, когда средняя бусинка опустилась на h



$$\cos\alpha = \frac{2h}{\ell} = 0,6$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = 0,8$$

Можно использовать оборот листа для записи решений

$$ma_1 = T\sin\alpha$$

$$ma_2 = mg - T\cos\alpha$$

$$a_1\sin\alpha = a_2\cos\alpha$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{T\sin\alpha}{mg - T\cos\alpha} \qquad \frac{a_1}{a_2} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = ctg\alpha$$

$$ctg\alpha = \frac{T\sin\alpha}{mg - T\cos\alpha}$$

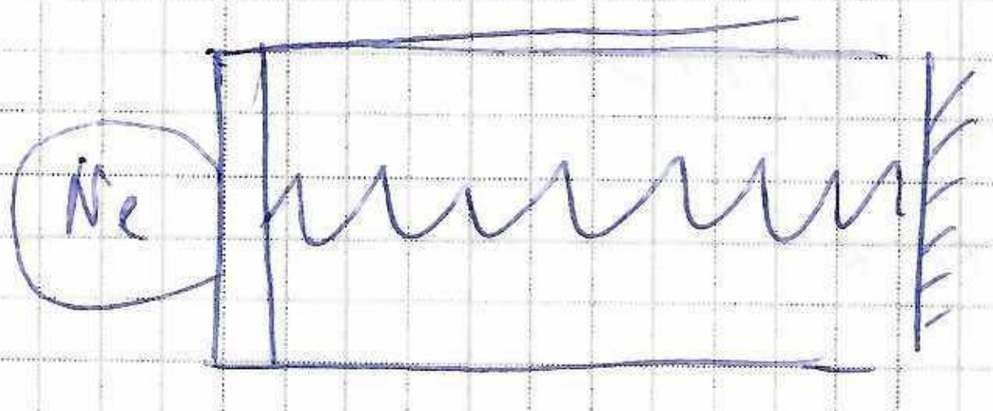
$$mgctg\alpha - T\cos\alpha\, ctg\alpha = T\sin\alpha$$

$$mgctg\alpha = T\left(\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} + \sin\alpha\right)$$

$$T\,\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\sin\alpha} = mg\,\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$T = mg\cos\alpha = \frac{2mgh}{e} = 0,6\ Н$$

Задача 4



ν - кол-во №

МКдля состояния равновесия когда пружина сместилась на ΔL:

$$p_1V_1 = \nu RT_1$$

olymp.bmstu.ru

$p_1 \cdot S \Delta L = \nu R T_1$

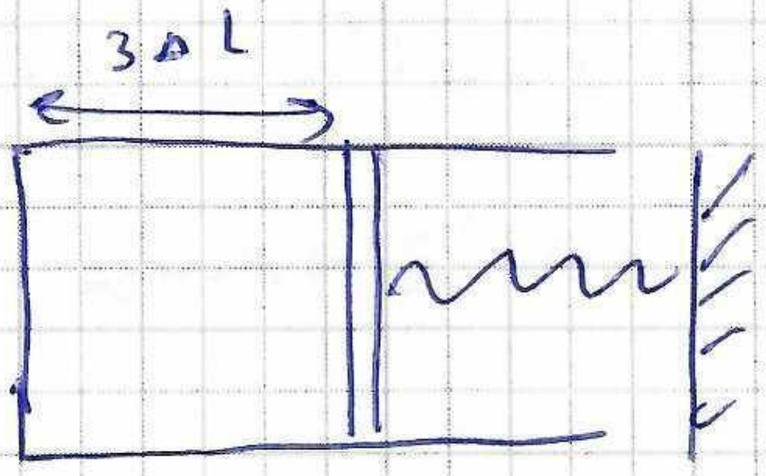
S - площадь поперечного сечения сосуда

$p_1 S = F_1$ F_1 - сила со стороны сжатой пружины, она сжата на ΔL

$F_1 = k \Delta L$

$k \Delta L^2 = \nu R T_1$

После того как газ нагрели:



МК для такого состояния

$p_2 V_2 = \nu R T_2$

ν - не меняется в ходе процесса, т.к. газ не добавляется и не уходит

$p_2 \cdot S \, 3\Delta L = \nu R T_2$

$p_2 S = F_2 = k \cdot 3\Delta L$

$k \cdot 9 \Delta L^2 = \nu R T_2$

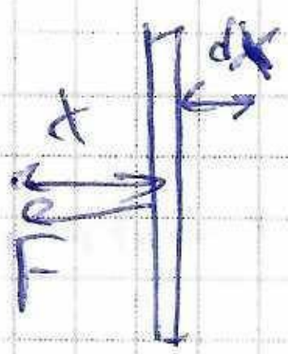
$\nu R (T_2 - T_1) = 8 k \Delta L^2$

Q I НТ:

$$Q = \Delta U + A_{газа}$$

$$A_{газа} = -A_{внеш}$$

$$A_{внеш} = A_{пруж}$$



$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{x} = -F dx$$

$$A_{пруж} = -\int_{\Delta L}^{3\Delta L} kx\,dx = -\frac{k\Delta L^2}{2} - \frac{k9\Delta L^2}{2} =$$

$$= -4k\Delta L^2$$

$$A_{пруж} = -\Delta W = -\left(\frac{k9\Delta L^2}{2} - \frac{k\Delta L^2}{2}\right) = -4k\Delta L^2$$

$$Q = \Delta U_{газ} - A_{пруж} \qquad A_{газа} = -A_{пруж} = 4k\Delta L^2$$

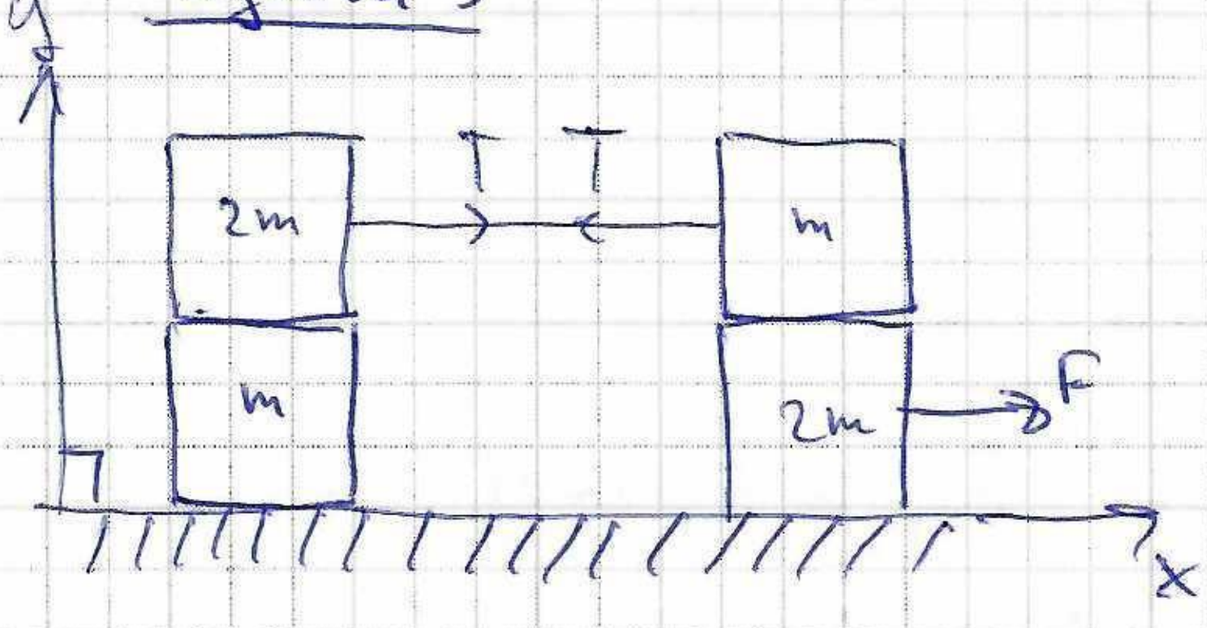
$$\Delta U = \nu C_v \Delta T = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot 8k\Delta L^2 = 12k\Delta L^2$$

$$Q = 12k\Delta L^2 - (-4k\Delta L^2) = 16k\Delta L^2 = 4A_{газа}$$

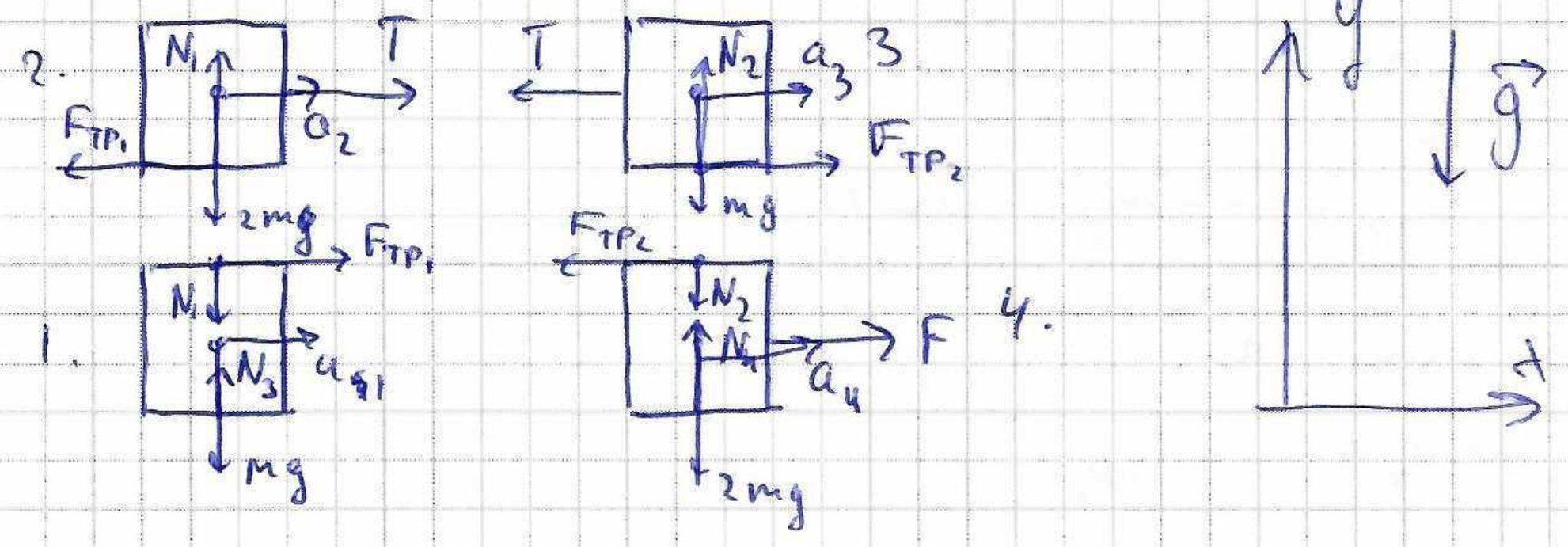
$$A_{газа} = \frac{Q}{4} = 3\,кДж$$

olymp.bmstu.ru

Задача 3



Рассмотрим какие силы действуют на каждый кубик:



На 3 кубик на по вертикальной оси действуют силы:

$$N_2 = mg$$

$$F_{тр_2} = \mu N_2 = \mu mg = 10\,Н$$

На 4 кубик по оси x:

$2ma_ч = F - F_{тр_2}$ пока $F < F_{тр_2}$ - кубик покоится

Потому что $F_{тр_2}$ пока $F \le 10$ Н $F_{тр_2}$ - это сила трения покоя => она направлена против возможного движения, но пока тело покоится эта сила не будет выталкивать тело из равновесия

На груз 3 по оси x:

$ma_3 = F_{тр_2} - T$ - пока $F_{тр_2} < F = 10$ Н 3 блок тоже будет покоится т.к. $T_{нат} = T_0$

$T_0 = 10$ Н

на 2 блок по оси y:

$N_1 = 2mg$

$F_{тр_1} = 2\mu mg = 20$ Н

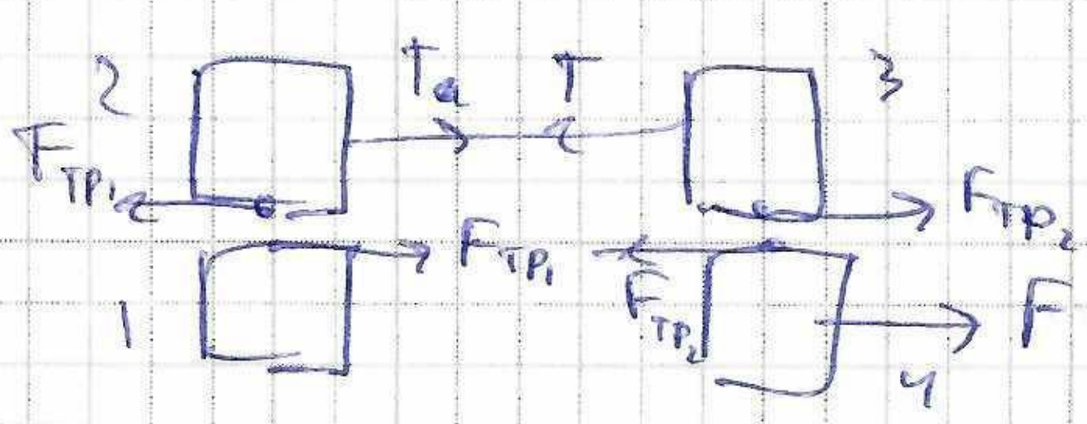
По оси x:

$2ma_2 = T - F_{тр_1}$

На кубик 1 по оси x:

$ma_1 = F_{тр_1}$

Когда $F \le 10$ Н



при $F \le 10$ Н

$T \le T_0$

на 3: $T = F_{тр_2} = F$

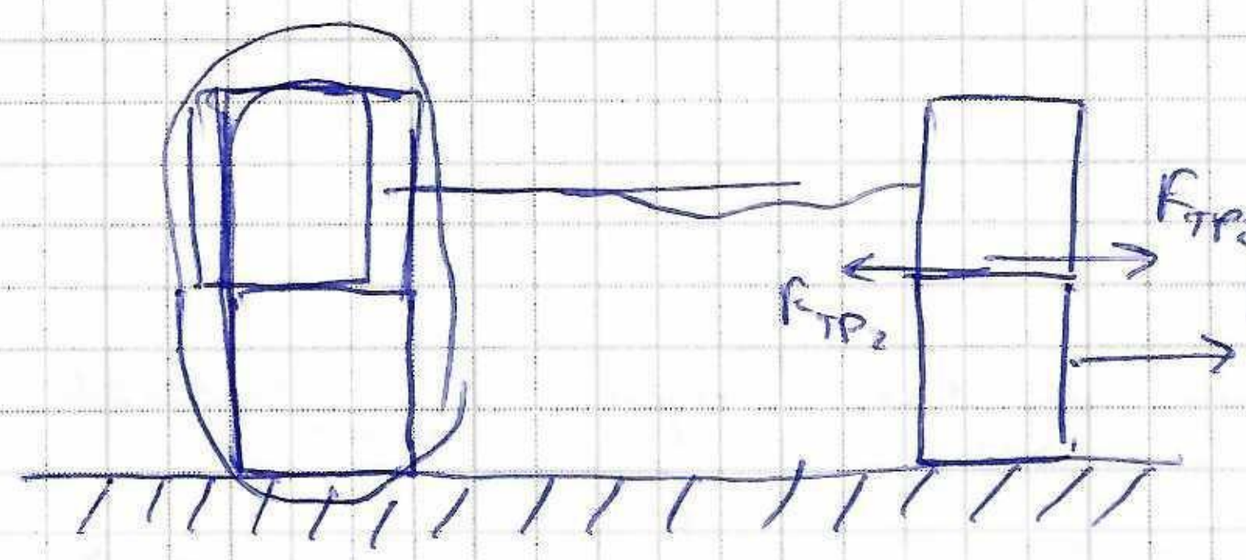
на 2 $T = F_{тр_1}$

на 1 $F_{тр_1} \Rightarrow$ в этот момент кубик продвинется на

olymp.bmstu.ru

Лист 8 из

Небольшое расстояние т.к. на нить действует сила $F_{тр_1}$ нитей не скомпенсированная => в этом моменте нить провисает



Эту систему

$T = F$ $T = 3ma$

$a = \frac{T}{3m}$

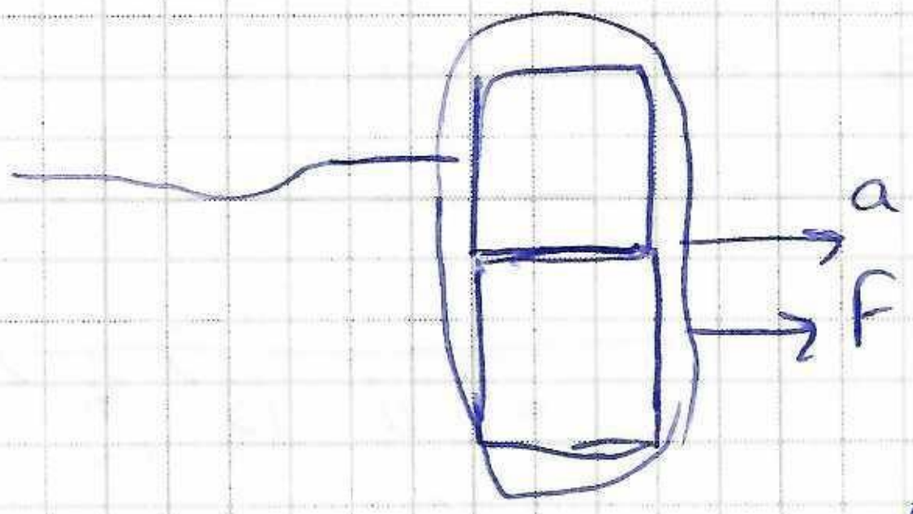
$F_{тр_2 max} = 10Н$

$F_{тр_1 max} = 20Н$

$ma = F_{тр_1}$

$\frac{T}{3} = F_{тр_1}$

На такую систему в этот момент действует F



$F = 3ma$

$a = \frac{F}{3m}$, пока нить снова не натянется

$2ma = F - F_{тр_2}$

$\frac{2F}{3} = F - f_{тр_2}$

$F_{тр_2} = \frac{F}{3}$

$F_{тр_2 max} = 10Н$

Эта система будет продолжать двигаться пока не оборвутся нити, ~~пока~~ $F_{тр_1}$ и $F_{тр_2}$ не ~~достигнут~~ своего максимального значения

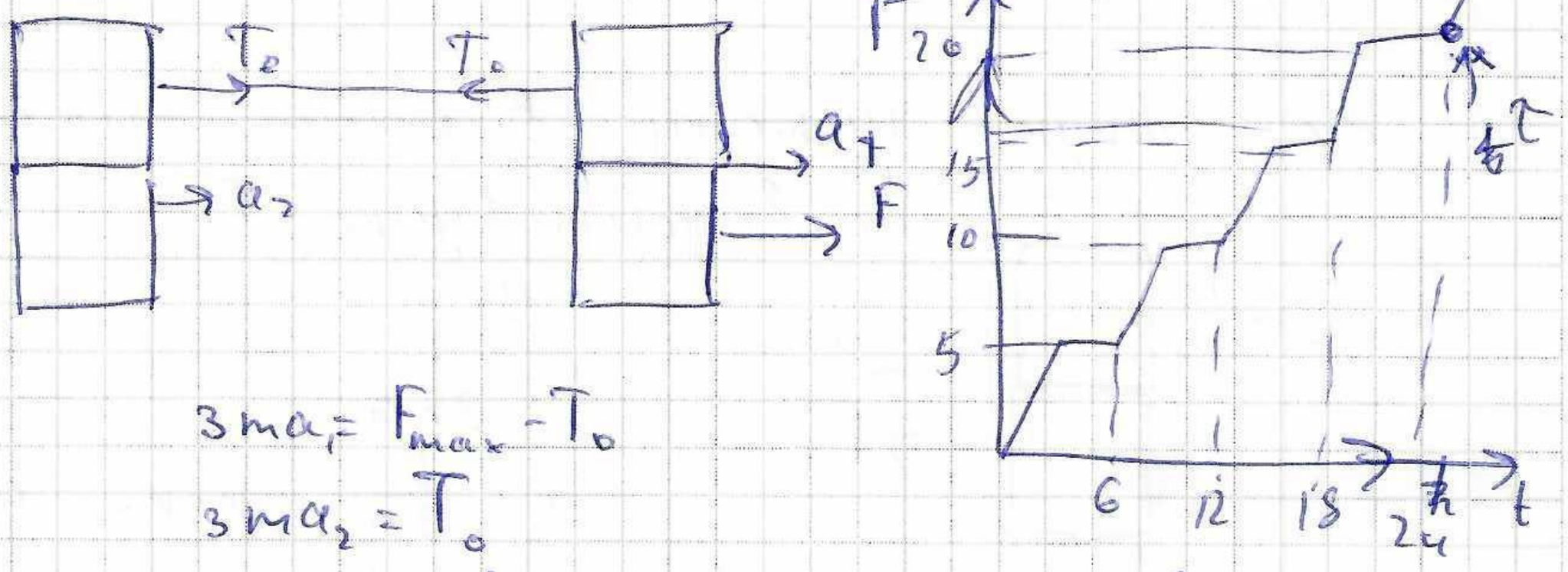
$F_{тр_1} = \frac{T}{3}$ $\quad T_{max} = T_0 = 10\ Н$

$F_{тр_2} = \frac{F}{3}$

$F_{тр_2 max} = 40Н = \frac{F_{max}}{3}$ $\quad F_{тр_1 max} = \frac{10}{3}\ Н$

$F_{max} = 30Н$

Посмотрим, что будет при F_{max}



$3ma_1 = F_{max} - T_0$

$3ma_2 = T_0$

система выйдет из равновесия

Когда $a_1 > a_2$

т.е. $F_{max} > 2T_0$

$F_{max} > 20Н$

это произойдет через ~~1 час~~ 4 с = ~~2 часа~~ 24 с

$t = 4 \cdot 6с = 24с$

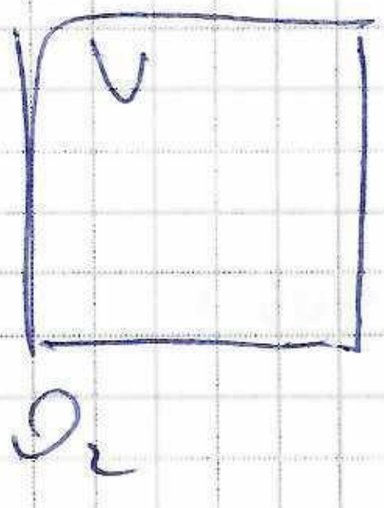
olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

Ситуационная задача



$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{0,722}{32 \frac{г}{моль}} = \frac{9}{400}$ моль $= 0,0225$ моль

$T_0 = 293$ K

$pV = \nu R T_0$

$P_0 = \frac{\nu R T_0}{V} = 54783,675$ Па

$O_2 \rightarrow \alpha O_2 + \beta O$

диссоциировано $\frac{1}{5}$ кислорода

$\beta = 2 - 2\alpha$

$\alpha = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

$\beta = \frac{2}{5}$, т.к. после диссоциации O_2 распалась на O

$4Al + 3O_2 = 2Al_2O_3$

$C_1 = 1000 \frac{Дж}{кг К}$

$C_2 = 1200 \frac{Дж}{кг К}$

$T = 2300$ K

$\lambda = 495 \frac{кДж}{моль}$

При диссоциации выделилось

$\Delta Q = \lambda \cdot \frac{1}{5} \nu = 2227,5$ Дж

Можно использовать оборот листа для записи решений

$\nu_1 = \frac{1}{2}\nu$ кислорода пришло в реакцию

с Al

$4Al + 3O_2 = 2Al_2O_3$

$\nu_1 = 3$ $\quad \frac{\nu_1}{\nu_{Ac}} = \frac{3}{4}$

$\nu_{Ac} = 4$

$\nu_{Ac} = \frac{4}{3}\nu_1$

$m_{Ac} = \frac{4}{3}\nu_1 \cdot \mu_{Ac} = \frac{2}{3}\nu \cdot \mu_{Ac} = 0{,}405$ г

$\frac{\nu(Al_2O_3)\text{ т}}{\frac{1}{2}\nu} = \frac{2}{3}$

$\nu(Al_2O_3) = \frac{\nu}{3} = \frac{3}{400}$ моль

$pV_{max} = (\nu(Al_2O_3) + \nu_1) R T_к$

$(C_1 m_1 T_к + C_2 m(Al_2O_3))(T_к - T) = Q$

$T_к = \frac{Q}{C_1 m_1 + C_2 m(Al_2O_3)} + T = \frac{\frac{1}{5}\lambda\nu}{C_1 m_1 + C_2 m(Al_2O_3)} + T$

$m(Al_2O_3) = \nu(Al_2O_3) \cdot \mu = \frac{3}{400} \cdot 102 = 0{,}765$ г

$T_к = 2035{,}996$ К

$p_{max} = \frac{\nu(Al_2O_3) + \frac{1}{2}\nu}{V} \cdot RT_к \approx 317228$ Па

olymp.bmstu.ru